

## Proposition de sujet de stage de Master

### Placement optimal de capteurs pour des EDPs paraboliques – Approche PINN

**Co-encadrement du stage :**

**Didier GEORGES**, Grenoble-INP, GIPSA-lab, Equipe Infinity

*didier.georges@gipsa-lab.grenoble-inp.fr*

<http://www.gipsa-lab.grenoble-inp.fr/user/didier.georges/>

**Olivier MILLET**, Université de La Rochelle, LaSIE

*olivier.millet@univ-lr.fr*

https:// <https://lasie.univ-larochelle.fr/MILLET-Olivier>

**Mots-clés :** systèmes physiques régis par des équations aux dérivées partielles paraboliques, réseaux de neurones informés par la physique, observabilité/identifiabilité.

**Compétences requises :** résolution numérique des EDPs, théorie du contrôle (analyse d'observabilité) et/ou réseaux de neurones, compétences et goût pour la programmation en Python.

**Résumé du projet de stage :** Le placement optimal de capteurs est d'une importance considérable en physique lorsqu'il s'agit de résoudre de manière efficace des problèmes d'estimation d'états ou de paramètres pour des systèmes complexes régis par des équations aux dérivées partielles. La notion d'observabilité est liée à la propriété d'injectivité de l'opérateur reliant la sortie des capteurs aux paramètres ou états à estimer. Pour résoudre le problème du placement optimal des capteurs, il convient d'élaborer une mesure du degré d'observabilité que l'on cherchera à maximiser. Une des approches classiques consiste à utiliser la notion de grammien d'observabilité. Dans le cas des systèmes linéaires en dimension finie, le grammien d'observabilité s'obtient facilement comme solution d'une équation de Lyapunov. Cette notion de grammien a été étendue aux systèmes linéaires en dimension infinie Riesz-spectraux dans le cadre de la théorie des semi-groupes [1]. Pour les systèmes non linéaires en dimension finie, il est possible de définir des approches par analyse de sensibilité de la sortie aux paramètres ou états à observer, qui généralise la notion de grammien des systèmes linéaires [2]. Cependant, en dimension infinie, il est généralement impossible (sauf cas très particulier, généralement académique, lorsqu'une solution explicite du problème est connue), de définir une mesure d'observabilité basée sur l'analyse de sensibilité sans passer par une technique de réduction de modèle explicite et une optimisation coûteuse [3]. Il s'agit d'un problème tout particulièrement compliqué lorsque le domaine de l'EDP est complexe et hétérogène.

Le projet proposé dans ce stage a pour objectif de proposer une mesure du degré d'observabilité d'EDP *sans faire appel à une technique de réduction de modèle explicite* (c'est-à-dire par la construction d'un modèle en dimension finie conduisant à des approximations) et *en se restreignant aux EDPs paraboliques linéaires ou non linéaires*. Les EDPs paraboliques couvrent une variété très large de problèmes en physique : comme l'équation de la chaleur ou les équations d'advection-diffusion, ou encore comme l'équation de Burgers (mécanique des fluides, dynamique des gaz, trafic routier ...) Pour cela, il s'agira d'explorer l'utilisation des PINNs (Physics-Informed Neural Networks [4]). L'approche PINN constitue une nouvelle classe de réseaux de neurones qui hybride apprentissage

automatique et lois physiques. Dans ce stage, on se concentrera sur l'équation d'advection diffusion (avec un problème d'estimation de sources) et l'équation de Burgers (avec un problème d'estimation d'état).

**Références :**

[1] D. Georges. Optimal Sensor Location and Mobile Sensor Crowd Modeling for Environmental Monitoring, IFAC PapersOnLine 50-1 (2017) 7076–7081n 10.1016/j.ifacol.2017.08.1355.

[2] R. Herzog et al. Optimal sensor placement for joint parameter and state estimation problems in large-scale dynamical systems with applications to thermo-mechanics, Optimization and Engineering · September 2018 DOI: 10.1007/s11081-018-9391-8.

[3] S. King et al. Computational Issues on Observability and Optimal Sensor Locations, 2014 American Control Conference (ACC), June 4-6, 2014. Portland, Oregon, USA.

[4] M. Raissi, P. Perdikaris, and G. E. Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. Journal of Computational physics, 378 :686–707, 2019.

**Profil du candidat :** Ingénieur ou M2 Recherche en mécanique, automatique, mathématiques appliquées ou physique. Des compétences en modélisation/calcul sous Matlab sont souhaitées.

**Financement :** 6 à 8 mois de stage.

**Début du stage :** entre février et avril 2025.

**Candidature :** CV, lettre de motivation, relevés de notes de Licence et Master à envoyer à didier.georges@gipsa-lab.grenoble-inp.fr et olivier.millet@univ-lr.fr

## Proposal for a Master's internship

### Optimal sensor placement for parabolic PDEs – a PINN approach

#### Internship co-supervision:

**Didier GEORGES**, Grenoble-INP, GIPSA-lab, Equipe Infinity

didier.georges@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

<http://www.gipsa-lab.grenoble-inp.fr/user/didier.georges/>

**Olivier MILLET**, University of La Rochelle, LaSIE

olivier.millet@univ-lr.fr

https:// <https://lasie.univ-larochelle.fr/MILLET-Olivier>

**Keywords:** physical systems governed by parabolic partial differential equations, physics-informed neural networks, observability/identifiability.

**Skills required:** numerical computation of PDEs, control theory (observability analysis) and/or neural networks, skills and taste for programming in Python.

**Internship project summary:** Optimal sensor placement is of considerable importance in physics when it comes to efficiently solving state or parameter estimation problems for complex systems governed by partial differential equations. The notion of observability is linked to the injectivity property of the operator linking the sensor output to the parameters or states to be estimated. To solve the problem of optimal sensor placement, we need to develop a measure of the degree of observability, which we aim to maximize. One classical approach is to use the notion of observability gramian. In the case of finite-dimensional linear systems, the observability gramian is easily obtained as the solution of a Lyapunov equation. This notion of gramian has been extended to infinite-dimensional Riesz-spectral linear systems in the context of semi-group theory [1]. For finite-dimensional nonlinear systems, it is possible to define approaches based on sensitivity analysis of the output to the parameters or states to be observed, which generalize the notion of the gramian of linear systems [2]. However, in infinite dimension, it is generally impossible (except in very special cases, usually academic, when an explicit solution of the problem is known), to define an observability measure based on sensitivity analysis without going through an explicit model reduction technique and costly optimization [3]. This is a particularly complicated problem when the PDE domain is complex and heterogeneous.

The aim of the project is to propose a measure of the degree of observability of PDEs without resorting to an explicit model reduction technique (i.e. by constructing a model leading to finite-dimensional approximations) and by restricting ourselves to linear or nonlinear parabolic PDEs. Parabolic PDEs cover a wide variety of physics problems, such as the heat equation, the advection-diffusion equation, or the Burgers equation (fluid mechanics, gas dynamics, road traffic, etc.). For this purpose, we will explore the use of PINNs (Physics-Informed Neural Networks [4]). The PINN approach is a new class of neural networks that hybridizes machine learning and physical laws. We will here focus on the advection-diffusion equation (with a source estimation problem) and the Burgers equation with kinematic viscosity (with a state estimation problem).

**References:**

- [1] D. Georges. Optimal Sensor Location and Mobile Sensor Crowd Modeling for Environmental Monitoring, IFAC PapersOnLine 50-1 (2017) 7076–7081n 10.1016/j.ifacol.2017.08.1355.
- [2] R. Herzog et al. Optimal sensor placement for joint parameter and state estimation problems in large-scale dynamical systems with applications to thermo-mechanics, Optimization and Engineering · September 2018 DOI: 10.1007/s11081-018-9391-8.
- [3] S. King et al. Computational Issues on Observability and Optimal Sensor Locations, 2014 American Control Conference (ACC), June 4-6, 2014. Portland, Oregon, USA.
- [4] M. Raissi, P. Perdikaris, and G. E. Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. Journal of Computational physics, 378 :686–707, 2019.

**Candidate profile:** Engineer or M2 Research in mechanics, applied mathematics or physics. Matlab modeling/calculation skills are desirable.

**Funding:** 6 to 8 months' internship.

**Start date:** between February and April 2025.

**Application:** CV, covering letter, Bachelor's and Master's grades to be sent to [didier.georges@gipsa-lab.grenoble-inp.fr](mailto:didier.georges@gipsa-lab.grenoble-inp.fr) and [olivier.millet@univ-lr.fr](mailto:olivier.millet@univ-lr.fr)